J M S K

Jurnal Matematika, Statistika, & Komputasi

http://journal.unhas.ac.id/index.php/jmsk

Vol. 13, No. 1, 46-54, Juli 2016

ISBN:1858-1382

Metode Pendeteksian Autokorelasi Murni dan Autokorelasi Tidak Murni

Georgina M. Tinungki *

Abstrak

Autokorelasi merupakan salah satu pelanggaran asumsi *Ordinary Least Square* yang menyatakan bahwa dalam pengamatan-pengamatan yang berbeda tidak terdapat korelasi antara *error term* pada persamaan regresi. Autokorelasi yang digunakan pada penelitian ini adalah autokorelasi urutan pertama yang dideteksi dengan menggunakan Statistik Durbin-Watson. Untuk mengatasi autokorelasi tersebut digunakan prosedur Cochrane-Orcutt yang merupakan salah satu alternatif pemecahan dalam permasalahan penaksiran koefisien regresi pada persamaan *Generalized Least Square*.

Kata Kunci: Autokorelasi, Ordinary Least Square, Statistik Durbin-Watson, prosedurCochrane-Orcutt.

1. Pendahuluan

Ordinary Least Square (OLS) merupakan penaksir linear terbaik tak bias (*Best Linear Unbiased Estimator*) bagi suatu model regresi dengan beberapa asumsi yang dimilikinya (Supranto, 1983). Salah satu asumsinya, selayaknya ε (*error*) hanya mengandung galat yang berbentuk acak. Error tersebut mungkin berasal dari penyimpangan acak waktu mengadakan pengukuran, misalnya dari alat ukur atau pembacaan alat ukur tersebut, atau faktor lain yang tidak diukur tapi bersifat acak. ε juga dapat berkorelasi dengan error pada pengamatan lain yang disebut *autokorelasi*. Hal ini merupakan pelanggaran asumsi pada penaksiran dengan OLS (Sembiring, 1995).

Autokorelasi merupakan pelanggaran asumsi OLS yang menyatakan bahwa dalam pengamatan-pengamatan yang berbeda tidak terdapat autokorelasi antara error. Autokorelasi dapat terjadi pada setiap penelitian dimana urutan pada pengamatan-pengamatan memiliki arti. Oleh karenanya, autokorelasi sering disebut korelasi serial yang terjadi kebanyakan pada serangkaian data runtun waktu. Intisari autokorelasi adalah bahwa error pada suatu periode waktu secara sistematik tergantung kepada error pada periode waktu yang lain. Misalnya $e_1, e_2, e_3, \ldots, e_{10}$ dan $e_2, e_3, e_4, \ldots, e_{11}$ (Sarwoko, 2002).

2. Tinjauan Pustaka

2.1. Autokorelasi

Autokorelasi merupakan pelanggaran asumsi OLS yang menyatakan bahwa dalam pengamatan-pengamatan yang berbeda tidak terdapat korelasi antara *error term*. Intinya bahwa *error term* pada suatu periode waktu secara sistematik tergantung kepada *error term* pada periode

* *Program Studi Statistika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Hasanuddin*

waktu yang lain. Dalam hubungannya dengan persoalan regresi, model regresi diberikan sebagai berikut

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + \dots + \beta_n X_{tn} + \varepsilon_t \,, \tag{1}$$

dimana Y_t = Nilai peubah respon dalam amatan ke *t*,

β_i = parameter model yang tidak diketahui nilainya *i*= 1,2,3,...,*n*,

X_{ti} = nilai peubah bebas *X* ke-*i* pada amatan ke *t*,

ε_t = *error term* yang bersifat acak.

Jika ε_t mengandung autokorelasi maka

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + V_t \tag{2}$$

Persamaan (2) disebut model autokorelasi urutan pertama, dengan ε_t adalah *error term* dari persamaan yang sedang dipertanyakan, ρ adalah koefisien autokorelasi yang menunjukkan derajat hubungan fungsional antara *error term* yang sedang diamati, dan V_t adalah *error term* klasik (yang tidak mengandung autokorelasi). Besarnya nilai ρ menggambarkan kekuatan autokorelasi di dalam persamaan. Apabila nilai ρ sama dengan 0, maka dikatakan tidak ada autokorelasi. Apabila nilai ρ mendekati 1, maka nilai pengamatan *error term* yang mendahului, yaitu ε_{t-1}, menjadi penting dalam menentukan nilai pengamatan *error term* saat ini, ε_t, dan dikatakan ada autokorelasi yang tinggi. Dapat dikatakan bahwa $-1 < \rho < 1$, $E(\varepsilon_t) = 0$, dan

$$Var(\varepsilon_t) = \frac{\sigma^2}{1-\rho^2} \quad \text{dan} \quad Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}) = \rho\left(\frac{\sigma^2}{1-\rho^2}\right). \tag{3}$$

Berdasarkan nilai ε_t pada persamaan (3), maka diperoleh

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{t-1} &= \rho\varepsilon_{t-2} + V_{t-1} \\
\varepsilon_{t-2} &= \rho\varepsilon_{t-3} + V_{t-2} \,, \\
\varepsilon_{t-3} &= \rho\varepsilon_{t-4} + V_{t-3}
\end{aligned}$$

Sehingga persamaan (2) menjadi

$$\begin{aligned}
\varepsilon_t &= \rho(\rho\varepsilon_{t-2} + V_{t-1}) + V_t \\
&= \rho^2\varepsilon_{t-2} + \rho V_{t-1} + V_t
\end{aligned}$$

$$\varepsilon_t = \sum_{s=0}^{\infty} \rho^s V_{t-s} \;, \; \mathrm{s} = 0,1,2,\cdots,\mathrm{t}. \tag{4}$$

Dengan demikian ε_t pada periode *t* adalah kombinasi linear dari gangguan sekarang dan sebelumnya (Neter, 1990).

2.2. Jenis Autokorelasi

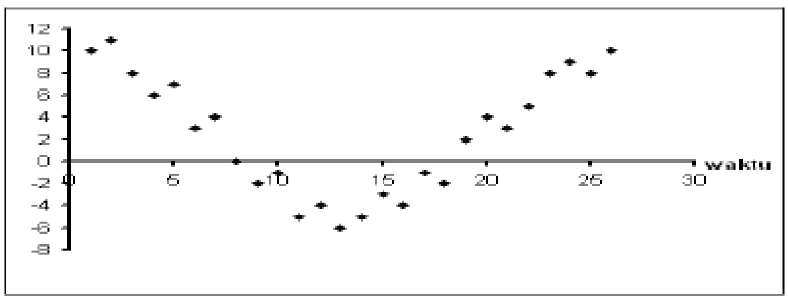
Berdasarkan pada penyebabnya, autokorelasi terbagi atas 2, yaitu autokorelasi murni dan autokorelasi tidak murni.

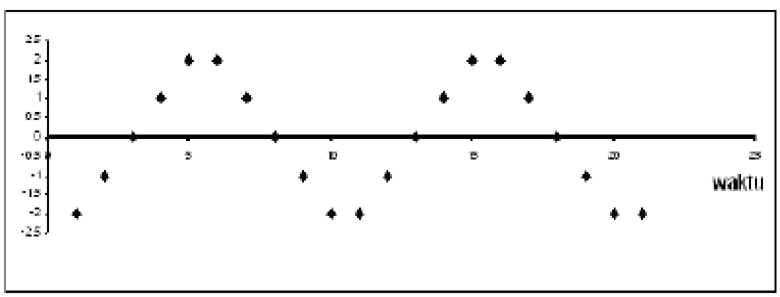
1. Autokorelasi Murni

Autokorelasi murni terjadi bila asumsi klasik yang menyatakan bahwa tidak ada korelasi antara *error term* pada periode pengamatan-pengamatan yang berbeda diperlonggar dalam sebuah persamaan yang terspesifikasi dengan benar. Asumsi itu adalah $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$, $(i \neq j)$.

Apabila nilai yang diharapkan dari koefisien korelasi sederhana antara setiap dua pengamatan *error term* adalah tidak sama dengan nol, maka *error term* tersebut dikatakan memiliki autokorelasi. Jika para ahli ekonometrika menggunakan istilah autokorelasi tanpa sifat perubahan, maka yang dimaksud adalah autokorelasi murni (Sarwoko, 2002).

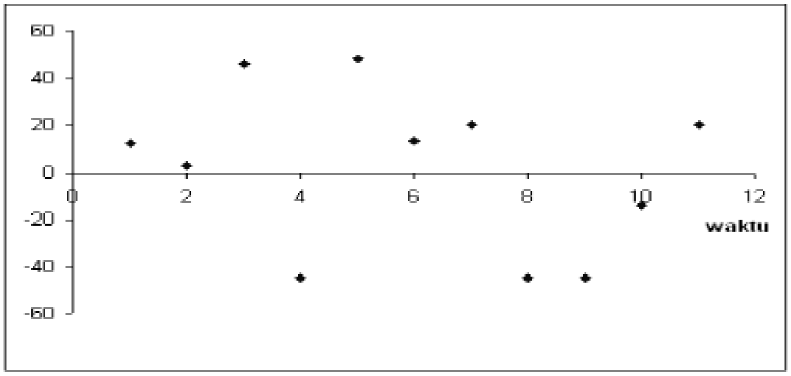
Sebagai contoh di dalam model runtun waktu, sebuah pengaruh yang besar terhadap suatu kegiatan ekonomi dalam satu periode akan tetap tertahan selama beberapa periode. Jika hal ini terjadi maka *error term*, ε_t, akan cenderung positif untuk sejumlah pengamatan, kemudian negatif untuk beberapa periode. Jika hal ini terjadi maka *error term* ε_t akan cenderung positif untuk sejumlah pengamatan, kemudian negatif untuk beberapa periode kemudian dan kembali lagi positif.



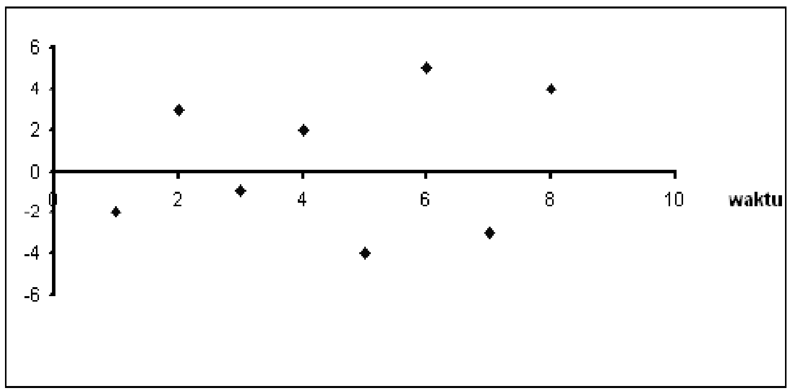


Gambar 1. Autokorelasi Positif.

Pengamatan-pengamatan *error term* yang diperlihatkan pada Gambar 1 di atas, diatur menurut urutan waktu. Pengamatan pada periode pertama menjadi urutan pertama, pengamatan pada periode kedua menjadi urutan kedua dan seterusnya. Untuk melihat perbedaan antara *error term* dengan atau tanpa autokorelasi positif dapat dilihat dari perbandingan Gambar 1 dan Gambar 2 berikut, dimana persamaan tidak mengandung autokorelasi, atau $\rho = 0$ (Supranto, 1983).



Gambar 2. Tidak Terdapat Autokorelasi.



Gambar 3. Autokorelasi Negatif.

Gambar 3 menunjukkan contoh autokorelasi negatif. Nilai negatif pada ρ menyatakan secara tidak langsung bahwa *error term* memiliki suatu kecenderungan berubah–ubah tanda dari negatif ke positif dan seterusnya saling berganti tanda pada pengamatan–pengamatan berikutnya. Ini disebut autokorelasi negatif (Sarwoko, 2002).

Autokorelasi dapat mengambil banyak bentuk, selain autokorelasi urutan pertama. Misalnya, pada model kuartalan, pengamatan *error term* kuartalan saat ini dapat dihubungkan secara fungsional dengan pengamatan *error term* kuartalan yang sama pada tahun sebelumnya. Model ini disebut autokorelasi kuartalan berdasarkan musiman, yaitu $u_t = \rho u_{t-4} + v_t$.

Serupa dengan fungsi itu, misalnya pengamatan *error term* kuartalan saat ini merupakan fungsi dari pengamatan *error term* pada dua periode kuartalan sebelumnya, $u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + v_t$. Model ini disebut dengan autokorelasi urutan kedua (*second order autocorellation*). Pembenaran terhadap model persamaan autokorelasi yang semakin banyak pada umumnya diaanggap lemah dari pada model persamaan autokorelasi urutan kedua (Neter, 1990).

2. Autokorelasi Tidak Murni

Autokorelasi tidak murni adalah autokorelasi yang disebabkan oleh kesalahan spesifikasi seperti menghilangkan variabel yang penting atau bentuk fungsi yang salah. Sementara autokorelasi murni disebabkan oleh alasan pokok distribusi *error term* pada persamaan yang spesifikasinya sudah benar (Sarwoko, 2002).

Untuk melihat bagaimana sebuah variabel penting yang tidak dimasukkan dalam model dapat menyebabkan *error term* yang mengandung autokorelasi, sebuah persamaan diberikan, yaitu $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \varepsilon_t$. Apabila X_2 tiba-tiba dihilangkan dari persamaan di atas, maka persamaan tersebut menjadi $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \varepsilon_t^*$, dimana $\varepsilon_t^* = \beta_2 X_{2t} + \varepsilon_t$.

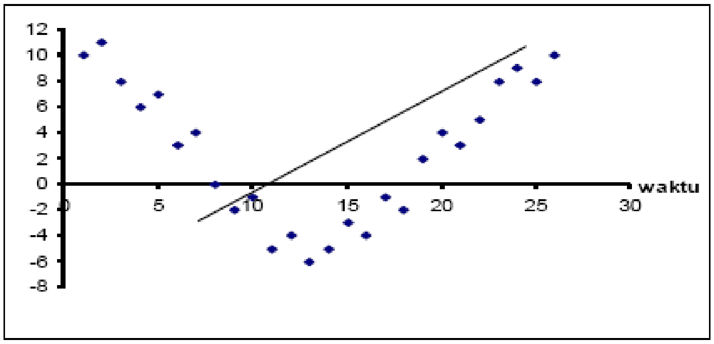
Dengan demikian *error term* digunakan pada persamaan yang kasusnya menghilangkan variabel penting bukan *error term* sebagaimana menurut asumsi klasik ε_t tetapi merupakan fungsi dari salah satu variabel independen, X_2. Akibatnya, *error term* ε_t^* yang baru dapat mendorong autokorelasi, walaupun *error term* ε_t yang lama tidak. *Error term* ε_t^* yang baru, khususnya akan cenderung mengandung autokorelasi apabila:

1. Variabel independen X_2 yang dihilangkan itu sendiri mengandung autokorelasi,
2. Ukuran ε_t kecil jika dibandingkan dengan ukuran $\beta_2 X_{2t}$.

Kecenderungan ini ada sekalipun terdapat sejumlah variabel yang dilibatkan atau dihilangkan. Perhatikan bahwa sementara *error term* ε_t^* sepertinya memiliki rata-rata tidak sama dengan nol, namun sebenarnya tidaklah demikian, karena β_0^* hasil estimasi *ordinary least square* akan menyesuaikan dan mengimbangi persoalan ini. Kedua, oleh karena autokorelasi tidak murni menunjukkan sebuah kesalahan karena penghilangan sebuah variabel, maka autokorelasi semacam itu kemungkinannya akan menyatu dengan koefisien estimasi yang bias. Baik koefisien bias maupun autokorelasi tidak murni akan terhapus apabila kesalahan spesifikasi itu dikoreksi (Neter, 1990).

Penyebab autkorelasi tidak murni lainnya adalah apabila autokorelasi itu disebabkan oleh bentuk fungsi yang salah. Pemilihan bentuk fungsi yang salah menyebabkan *error term* memiliki autokorelasi. Misalkan model yang tepat untuk suatu pengamatan adalah $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X^2 + e_t$, akan tetapi model yang digunakan adalah $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X + e_t$. Sebagai akibatnya, penggunaan sebuah bentuk fungsi linear ketika bentuk fungsi nonlinear lebih tepat umumnya berautokorelasi positif (Sarwoko, 2002). Gambaran visual untuk permasalahan ini diperlihatkan pada gambar berikut.

Manipulasi dan penyederhanaan pada data juga dapat menjadi penyebab autokorelasi. Data mentah seringkali dimanipulasi dan disederhanakan, misalkan dalam regresi menggunakan data runtuk waktu yang meliputi data triwulan, data tersebut biasanya merupakan penjumlahan dari tiga data bulanan, kemudian dibagi tiga. Proses rata-rata ini akan membuat *smooth* data asli, sebab fluktuasi data bulanan tak akan terlihat lagi. Maka dari itu kurva data triwulan akan lebih terlihat *smooth* dari pada data bulanan, dan penghalusan semacam ini akan menimbulkan pola sistematis dalam kesalahan pengganggu, yang berarti akan menimbulkan autokorelasi (Supranto, 1983).



Gambar 4. Bias dalam Bentuk Fungsi yang Tidak Tepat.

2.3. Akibat Autokorelasi

Keberadaan autokorelasi pada error dalam sebuah persamaan melanggar asumsi, dan estimasi persamaan dengan OLS memiliki paling tidak tiga konsekuensi

1. Autokorelasi murni tidak menyebabkan bias pada koefisien-koefisien taksiran,
2. Autokorelasi meningkatkan variansi pada taksiran koefisien *b*,
3. Autokorelasi menyebabkan OLS menaksir terlalu rendah kesalahan baku pada errornya.

2.4. Statistik Durbin-Watson

Statistik Durbin-Watson digunakan untuk menentukan autokorelasi urutan pertama pada error term dari sebuah persamaan regresi. Statistik Durbin-Watson digunakan apabila asumsi-asumsi yang mendasarinya dipenuhi, yaitu

1. Model regresi harus mencakup titik potong, tidak boleh melalui titik asal. Untuk model dua variabel $Y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + e_t$, maka $\beta_0 \neq 0$,
2. Residual ε_t diperoleh dari autokorelasi urutan pertama $e_t = \rho e_{t-1} + V_t$,

Statistik Durbin-Watson pada pengamatan ke *t* adalah

$$d = \sum_{t=2}^{n} (e_t - e_{t-1})^2 / \sum_{t=1}^{n} e_t^{\ 2} \tag{5}$$

yang merupakan rasio jumlah kuadrat dari selisih e_t dengan e_{t-1}. Perhatikan bahwa di dalam pembilang pada Statistik Durbin-Watson, banyaknya observasi hanya *n*-1.

Hipotesis yang digunakan dalam pengujian dengan statistik ini adalah:

1. Hipotesis satu arah
   - Autokorelasi positif

$$H_0 \quad : \rho \leq 0$$
$$H_1 \quad : \rho > 0$$

Jika $d < d_L$ maka tolak H_0, $d > d_U$ maka terima H_0, dan tidak diperoleh kesimpulan apa-apa jika $d_L \leq d \leq d_U$.

- Autokorelasi negatif

$$H_0 \quad : \rho \geq 0$$
$$H_1 \quad : \rho < 0$$

Jika $d > 4 - d_L$ maka tolak H_0, jika $d > d_U$ maka terima H_0, dan tidak diperoleh kesimpulan apapun jika $d < 4 - d_U$, $4 - d_U \leq d \leq 4 - d_L$.

2. Hipotesis dua arah

$$H_0 \quad : \rho = 0$$
$$H_1 \quad : \rho \neq 0$$

Jika $d < d_L$ dan $d > 4 - d_L$ maka tolak H_0, jika $d_U < d < 4 - d_U$ maka terima H_0, dan tidak dapat diperoleh kesimpulan apapun jika $d_L \leq d \leq d_U$ atau $4 - d_U \leq d \leq 4 - d_L$.

Kelemahan dari pada pengujian Durbin-Watson ialah jika hasil pengujian berada pada daerah yang tidak dapat diperoleh kesimpulan apapun, maka tidak akan diperoleh kesimpulan apakah terjadi autokorelasi atau tidak. Perlu dicatat bahwa banyaknya nilai amatan agar dapat menggunakan statistik Durbin-Watson adalah minimal 15 amatan (Neter, 1990).

2.5. Prosedur *Cochran-Orcutt*

Prosedur Cochran-Orcutt merupakan salah satu alternatif pemecahan dalam permasalahan penaksiran koefisien regresi pada persamaan *Generalized Least Square* yang tidak dapat diestimasi dengan OLS. *Generalized Least Square* adalah sebuah metode untuk membuang autokorelasi tahap pertama pada sebuah estimasi persamaan regresi. Metode ini juga meminimumkan varian dari persamaan regresi tersebut. *Generalized Least Square* diawali dengan sebuah persamaan yang tidak memenuhi asumsi autokorelasi, dan melakukan transformasi persamaan menjadi sebuah persamaan yang memenuhi asumsi tersebut. Prosedur Cochran-Orcutt terdiri atas 3 tahap, yaitu

1. Pendugaan ρ, suatu kenyataan bahwa proses autoregresif dari error dapat ditunjukkan sebagai suatu regresi, $\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + V_t$. Jika $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}$ adalah variabel bebas, V_t merupakan error term yang memenuhi asumsi klasik, dan ρ slope garis menuju asal. Karena ε_t dan ε_{t-1} tidak diketahui, maka digunakan e_t dan e_{t-1} yang diperoleh dari OLS. ρ dengan fitting garis lurus menuju asal, dengan nilai dugaan yang dilambangkan dengan $\hat{\rho}$ adalah

$$\hat{\rho} = \frac{\sum e_t e_{t-1}}{\sum e_{t-1}^2} \tag{6}$$

2. Model transformasi persamaan menjadi sebuah persamaan yang memenuhi asumsi klasik, dimulai dengan sebuah persamaan yang mengandung autokorelasi

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \rho\varepsilon_{t-1} + V_t \tag{7}$$

dimana V_t adalah error term yang tidak mengandung autokorelasi. Apabila $\rho\varepsilon_t$ dapat dibuang dari persamaan di atas, maka autokorelasi akan hilang, sebab V_t tidak mengandung aurokorelasi. Untuk menghilangkan $\rho\varepsilon_t$ dari persamaaan di atas, maka persamaan (1) dikalikan dengan ρ dan diperoleh persamaan baru untuk satu periode

$$\rho Y_{t-1} = \rho\beta_0 + \rho\beta_1 X_{t-1} + \rho\varepsilon_{t-1} \tag{8}$$

Sekarang dengan mengurangkan persamaan (7) dengan persamaan (8) diperoleh persamaan yang tidak mengandung komponen autokorelasi dalam error term,

$$\begin{aligned} Y_t - \rho Y_{t-1} &= \beta_0 - \rho\beta_0 + \beta_1 X_t - \rho\beta_1 X_{t-1} + \rho\varepsilon_{t-1} - \rho\varepsilon_{t-1} + V_t \\ &= \beta_0(1-\rho) + \beta_1(X_t - \rho X_{t-1}) + V_t \end{aligned} \tag{9}$$

Sehingga diperoleh

$$Y_t^* = \beta_0^* + \beta_1^* X_t^* + V_t \tag{10}$$

dimana
$$\begin{aligned} Y_t^* &= Y_t - \rho Y_{t-1} \\ \beta_0^* &= \beta_0(1-\rho) \\ X_1^* &= (X_t - \rho X_{t-1}) \\ \beta_1^* &= \beta_1 \end{aligned}$$

Penggunaan dugaan $\hat{\rho}$ pada persamaan (6) dan OLS dengan variabel transformasi tersebut untuk menghasilkan fungsi regresi yang sesuai.

3. Kesimpulan

Beberapa kesimpulan yang dapat diperoleh dari tulisan ini adalah:

1. Jika pemilihan bentuk fungsi yang salah serta jika nilai yang diharapkan dari koefisien korelasi sederhana antara setiap dua pengamatan error term tidak sama dengan nol, maka error term tersebut dikatakan memiliki autokorelasi.
2. Autokorelasi tidak murni menunjukkan sebuah kesalahan karena penghilangan sebuah variabel, maka autokorelasi semacam itu menyatu dengan koefisien estimasi yang bias. Baik koefisien bias maupun autokorelasi tidak murni akan terhapus apabila kesalahan spesifikasi itu dikoreksi.
3. Statistik Durbin-Watson digunakan untuk menentukan autokorelasi murni dan tidak murni urutan pertama pada error term dari sebuah persamaan regresi. Statistik Durbin-Watson digunakan apabila asumsi-asumsi yang mendasarinya dipenuhi.
4. Prosedur Cochran-Orcutt merupakan salah satu alternatif pemecahan dalam permasalahan penaksiran koefisien regresi pada persamaan *Generalized Least Square* yang tidak dapat diestimasi dengan OLS (*Ordinary Least Square*).

Daftar Pustaka

Draper, N. dan Smith, H., 1981. *Applied Regression Analysis*, *Second Edition*. John Wiley & Sons Inc., New York.

Mangkuatmojo, S., 2004. *Statistika Lanjutan*. Rineka Cipta, Jakarta.

Myers, R.H., 1998. *Classical and Modern Regression with Application*, 2nd *ed*. PWS-KENT, Boston.

Neter, J., 1990. *Applied Linear Statistical Model*. Donnelley and Sons Company, Boston Amerika.

Pindyck, R.S. dan Rubinfeld, D.L., 1998. *Econometric Models and Economic Forecast*, 4th *ed.* Irwin McGraw-Hill.

Rawling, 1998. *Applied Modern Regression*. John Wiley & Sons., New York.

Ryan, T.P., 1997. *Modern Regression Methods*. John Wiley & Sons., New York.

Sarwoko, 2002. *Dasar-dasar Ekonometrika.* Penerbit ANDI, Yogyakarta.

Sembiring, R.K., 1995. *Analisis Regresi*. ITB, Bandung.

Supranto, J., 1983. *Ekonometrik*. Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia, Jakarta.